

## EJERCICIOS

1. Los siguientes conjuntos de vectores ¿forman un subespacio vectorial?
  - a. Los vectores de  $\mathbb{R}^3$  cuyas coordenadas son números enteros
  - b. Los vectores de  $\mathbb{R}^2$  que tienen al menos una de sus coordenadas igual a cero.
  - c. Los vectores de  $\mathbb{R}^3$  que pueden escribirse como  $\begin{pmatrix} a-2b \\ -a+b \\ a \end{pmatrix}$  siendo  $a, b \in \mathbb{R}$ .
  - d. Los vectores de  $\mathbb{R}^4$  cuyas coordenadas satisfacen la ecuación  $x + y + z + t = 0$ .
  - e. Los vectores de  $\mathbb{R}^4$  cuyas coordenadas satisfacen la ecuación  $x + y + z + t = 1$ .
2. Determinar si  $\mathbf{b}$ , es combinación lineal de  $\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3\}$  en cada caso:
  - a.  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 10 \end{pmatrix}$ .
  - b.  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .
3. Estudiar si los siguientes conjuntos son subespacios vectoriales:
  - a.  $S_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a+b-c+3d \\ a-b+c+d \\ a-b+c+d \end{pmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ .
  - b.  $S_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a+b \\ a \\ b \\ a+b \end{pmatrix} : a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$ .
4. Estudiar si los siguientes conjuntos son subespacios vectoriales:
  - a.  $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = 0 \\ x_2 + x_3 = 0 \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$ .
  - b.  $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 8x_4 = 0 \end{cases}$ .
  - c.  $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 + 8x_4 = 1 \end{cases}$ .